Changements de Bases – Correction

N°	Binaire (2)	Octal (8)	Décimal (10)	Hexadécimal (16)
1	0000 1011	13	11	B
2	0000 1001	11	9	9
3	0001 0001	21	17	11
4	0101 1011	133	91	5B
5	0011 1100	74	60	3C
6	0100 1010	112	74	4A
7	0111 0100	164	**N'y pensez même pas !**	74
8	1101 1010	332	218	DA

Notes :

- Les écritures binaires sont en écrite sous forme d'octet (8bits, un bit=une composante de l'écriture de votre nombre). Pour un souci de lisibilité, les bits sont regroupés par 4.
- Il est plus compliqué de passer de l'hexadécimal à l'octal et vice-versa. On va donc passer par un intermédiaire (le binaire ou le décimal) pour passer de l'un à l'autre. C'est ce qui sera fait pour 3 et pour 7. C'est justement pour forcer à travailler la conversion hexa→binaire que j'ai interdit de calculer la forme décimale de 7.
- Je note la base d'un nombre en indice comme ceci : $11_{(8)}$ *(« 11 en base 8 »)*. Si je ne précise pas de base en indice, par défaut le nombre est en base 10.
- Pour facilement faire ces exercices, il est conseillé de connaitre par cœur les puissances de 2 jusqu'à 2^8, et je recommande FORTEMENT de les connaitre au moins jusqu'à 2^4 (Voir tableau ci-dessous). Il est aussi vivement conseillé de savoir faire des additions simples (Voir cours d'école primaire).
- En fin de correction je joins une liste des différentes méthodes de conversions effectuées ainsi que les numéros des nombres pour lesquels elles ont été utilisées. Comme ça, si vous cherchez des exemples pour une méthode en particulier, vous pourrez vous y retrouver.

DÉTAIL DE LA CORRECTION :

On rappelle les valeurs des composantes pour chaque table (seulement les valeurs qui nous seront utiles) :

N° composante	7	6	5	4	3	2	1	0
Base n	n^7	n^6	n^5	n^4	n^3	n^2	n^1	n^0
Base 2	128	64	32	16	8	4	2	1
Base 8					512	64	8	1
Base 10					1'000	100	10	1
Base 16						256	16	1

On rappelle aussi un tableau de correspondance décimal-hexadécimal :

Base 10	1	...	9	10	11	12	13	14	15
Base 16	1	...	9	A	B	C	D	E	F

1) On sait d'ores et déjà que « 11 » en hexa correspond au digit « B ».
Ensuite, il est assez facile de voir que 11 = 8 + 3 = 8+2+1. Pour l'octale, en sachant que la composante 0 vaut 1 et la composante 1 vaut 8, on peut dire *11=8****1*** *+ 3****1***.
Donc $11_{(10)}=13_{(8)}$.
Pour le binaire, on utilise *11 = 8 + 2 + 1*. On va donc utiliser les composantes 3,1 et 0.
Donc $11_{(10)} = 0000\ 1011_{(2)}$.

2) Passons d'abord $11_{(8)}$ en base 10. $11_{(8)} = 1*\mathbf{8^1} + 1*\mathbf{8^0} = 1*\mathbf{8} + 1*\mathbf{1}$. Donc on a $11_{(8)}= 8 + 1 = 9_{(10)}$.
Ensuite, convertissons 9 en base 2 et 16.
Le passage de 9 en hexa est évident (et transparent) : $11_{(8)} = 9_{(10)} = 9_{(16)}$.
Pour passer en binaire c'est assez simple : 9 = 8+1, soit les composantes 3 et 0 de la base 2. Donc $11_{(8)} = 9_{(10)} = 0000\ \mathbf{1}00\mathbf{1}_{(2)}$.

3) Conversion hexa vers décimal : $11_{(16)} = 1*\mathbf{16} + 1*\mathbf{1}$ car les composantes 1 et 0 de l'hexa valent 16 et 1. Donc Or *16+1=17* donc $11_{(16)} = 17_{(10)}$.
Hexa vers le binaire : utilisons notre résultat décimal. $11_{(16)} = 17$. Or 17 = 16+1, qui sont 2 composantes binaires (la 4 et la 0). Donc $11_{(16)} = 0001\ 0001_{(2)}$.
Déci vers octale : on va utiliser notre résultat en base 10, c'est-à-dire 17. On l'a vu, *17 = 16 + 1*. Or 16 = 2*8 donc $17 = \mathbf{2}*8 + \mathbf{1}*1$; en base 8, on a donc 1 fois notre composante 0 et 2 fois la composante 1. Donc $11_{(16)} = 17_{(10)} = 21_{(8)}$.

4) Conversion vers décimal : $0101\ 1011_{(2)}$ utilise les composantes 6, 4, 3, 1 et 0. En additionnant les valeurs de ces composantes, on a $0101\ 1011_{(2)} = 1*\mathbf{2^6} + 1*\mathbf{2^4} + 1*\mathbf{2^3} + 1*\mathbf{2^1} + 1*\ \mathbf{2^0} = 64+16+8+2+1 = 91_{(10)}$.
Binaire vers hexa : on regroupe les composantes par 4 (car $16 = 2^4$) de **droite à gauche** : On a d'abord, *1011* ; puis, *0101*. Pour le premier membre, on peut poser $1011_{(2)} = 8 + 2 + 1 = 11_{(10)} = b_{(16)}$. Pour le 2nd, $0101_{(2)} = 4+1 = 5_{(10)} = 5_{(16)}$. On juxtapose nos membres : $0101\ 1011_{(2)} = 5b_{(16)}$.
Binaire vers octal : exactement la même méthode, mais cette fois par groupe de 3 (car $8 = 2^3$). Les groupes, de **droite à gauche**, sont 011, 011 et 01 (puisqu'on écrit en octet les nombres en binaire, on ne peut pas faire 3 groupes de 3 complets). Les 2 groupes identiques 011 correspondent tous les 2 à ceci : $011_{(2)} = 2 + 1 = 3_{(10)} = 3_{(8)}$. Ensuite, le groupe $001_{(2)}$ correspond à $1_{(10)} = 1_{(8)}$. Donc, en juxtaposant, on a finalement ceci :
$01\ 011\ 011_{(2)} = 133_{(8)}$.

5) Vers binaire : on va faire l'inverse de la méthode précédente : on va décomposer chaque composante octale en groupe de 3 composantes binaire. Ainsi, 7 en octale correspond à 111 en binaire (4+2+1 = 7), et $4_{(8)}$ correspond à $100_{(2)}$. On colle les deux groupes : $74_{(8)} = 111\ 100_{(2)} \rightarrow 0011\ 1100_{(2)}$ une fois écrit sous forme d'octet.
En décimal, on a $74_{(8)} = 7*\mathbf{8^1} + 4*\mathbf{8^0} = 7*\mathbf{8} + 4*\mathbf{1} = 56 + 4 = 60_{(10)}$.
Pour passer en hexa, on va utiliser notre résultat binaire $0011\ 1100_{(2)}$. On va convertir chaque paquet de 4 composantes. D'une part $0011_{(2)} = 2 + 1 = 3_{(10)} = 3_{(16)}$. Et d'autre part, $1100_{(2)} = 8 + 4 = 12_{(10)} = C_{(16)}$. $74_{(8)} = 0011\ 1100_{(2)} = 3C_{(16)}$.

6) Vers l'hexadécimal : on va utiliser la méthode par division successive. On va diviser 74 par 16. 74//16 = 4 et il reste 10 ; 4//16 = 0 et reste 4. Les restes sont 10 et 4. Or $10_{(10)} = A_{(16)}$. Donc $74_{(10)} = 4A_{(16)}$.
Vers l'octal : méthode par soustraction successive. On va d'abord énumérer certaines composantes de 8 : *512, 64, 8, 1*. Or, il est impossible de soustraire 512 à 74. En revanche, il est possible de soustraire la composante d'après (64) à 74. On ne peut le soustraire qu'**une** seule fois. Donc on fait 74-64***1**=10. Il reste 10. Passons à la composante suivante : 8. Il est possible de soustraire une fois 8 à 10. 10-8***1**=2. Enfin, dernière composante : 1. Dans 2, on peut mettre 2fois 1. Or 2-1***2**=0. Au final, en décomposant on a 74 = 64***1** + 8***1** + 1***2** et on déduit $74_{(10)} = 112_{(8)}$.
Vers le binaire : on va faire par division successives. On peut écrire 74//2 = 37, il reste r=**0**. 37//2= 18, r=**1**. 18//2=9, r=**0**. 9//2 = 4, r=**1**. 4//2 = 2, r=**0**. 2//2 = 1, r=**0**. 1//2 = 0, r=**1**. Nos restes, du dernier au premier, sont donc 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0. On les colle ensemble, et on a alors $74_{(10)} = 0\mathbf{100\ 1010}_{(2)}$.

7) Pour passer à l'octal, cette fois on ne doit pas utiliser le décimal mais passer par le binaire. Faisons d'abord la conversion en binaire.
Hexa vers binaire : séparons les composantes de $74_{(16)}$: 7 et 4. Maintenant écrivons chacune des composantes hexa en groupe de 4 composantes binaires (car $16= 2^4$). 7 s'écrit 0111 en binaire, et 4 s'écrit 0100 en base 2. On va recoller les 2 groupes de composantes : $74_{(16)} = 0111\ 0100_{(2)}$.
Vers l'octal : utilisons notre résultat binaire. Comme pour le nombre 4), ici les groupes de 3 (car $8 = 2^3$) composantes sont 01, 110 et 100. $01_{(2)}=\mathbf{1}_{(8)}$, $110_{(2)} = 4+2=6_{(10)} = \mathbf{6}_{(8)}$ et $100_{(2)} = 4_{(10)} = \mathbf{4}_{(8)}$. On regroupe nos composantes : $01\ 110\ 100_{(2)} = 164_{(8)}$

8) Vers le décimal : Faisons une simple décomposition en puissance. $D_{(16)} = 13_{(10)}$ et $A_{(16)} = 10_{(10)}$. Donc $DA_{(16)} = 16^1*\mathbf{13} + 16^0*\mathbf{10} = 16*\mathbf{13} + 1*\mathbf{10} = 218_{(10)}$.
Vers le binaire : On sépare les composantes comme pour 7).
$D_{(16)}=13_{(10)}=8+4+1=1101_{(2)}$. De l'autre coté, $A_{(16)}=10_{(10)}=8+2=1010_{(2)}$. Donc, en réunissant les groupes de composantes obtenus, on a $DA_{(16)}=1101\ 1010_{(2)}$
Passage à l'octale : on va utiliser notre résultat décimal et faire des divisions successives par 8. 218//8 = 27, r=**2**. 27//8=3, r=**3**. 3//8=0, r=**3**. En réunissant les restes, on a donc : $DA_{(16)}=218_{(10)}=332_{(8)}$.

Liste des méthodes utilisées dans les exercices :

- Décomposition en puissance (base n → 10) : 2°, 3°, 4°, 5°, 8°
- Divisions successives (base 10 → n) : 6°, 8°
- Soustractions successives (base 10 → n) : 6°
- Séparation des composantes (base 16→2) : 7°, 8°
- Séparation des composantes (base 8 → 2) : 5°
- Groupement des composantes (base 2 → 16) : 4°, 5°
- Groupement des composantes (base 2 → 8) : 4°, 7°